



18<sup>th</sup> Junior Balkan Mathematical Olympiad  
June 21-26, 2014, Ohrid, Republic of Macedonia

Language: *Turkish*  
Monday, June 23, 2014.

1.  $3p^4 - 5q^4 - 4r^2 = 26$

denklemini sağlayan birbirinden farklı  $p, q, r$  asal sayılarını bulunuz.

2. Alanı  $S$  olan dar açılı bir  $ABC$  üçgeni verilmiştir.  $CD \perp AB$  ( $D \in AB$ ),  $DM \perp AC$

( $M \in AC$ ) ve  $DN \perp BC$  ( $N \in BC$ ) dir.  $H_1$  ve  $H_2$  sırasıyla  $MNC$  ve  $MND$  üçgenlerinin

diklik merkezleridir.  $AH_1BH_2$  dörtgeninin alanını  $S$  cinsinden bulunuz.

3.  $a, b, c$  pozitif reel sayıları  $abc = 1$  koşulunu sağlıyorsa

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)^2 + \left(b + \frac{1}{c}\right)^2 + \left(c + \frac{1}{a}\right)^2 \geq 3(a+b+c+1)$$

eşitsizliğini ispatlayınız.

Eşitlik durumunu bulunuz.

4.  $n$  pozitif tam sayısı için, A ve B gibi 2 oyuncu aşağıdaki oyunu oynamaktadırlar:  $s$  tane taştan oluşan bir taş yığını verildiğinde, oyuna A başlamak üzere oyuncular sıra ile hamle yapıyorlar. Her hamlede oyuncu ya bir taş, ya bir asal sayı kadar taş, ya da  $n$  sayısının pozitif tam katı sayıda taş alabilir. Son taşı alan oyuncu kazanıyor. A ve B oyuncularının ikisi de mükemmel oynarsa,  $s$  sayısının kaç tane değeri için A oyuncusu oyunu kazanamaz?

*Time: 4 hours and 30 minutes*  
*Each problem is worth 10 points*