



18th Junior Balkan Mathematical Olympiad
June 21-26, 2014, Ohrid, Republic of Macedonia

اللغة: العربية

الأثنين 23 يونيو 2014

السؤال الأول:

أوجد كل الأعداد الأولية المختلفة p, q, r بحيث:

$$3p^4 - 5q^4 - 4r^2 = 26$$

السؤال الثاني:

في المثلث الحاد الزوايا ABC والتي مساحته S . إذا كان $CD \perp AB$ ($D \in \overline{AB}$)، $DM \perp AC$ ، ($M \in \overline{AC}$)، $DN \perp BC$ ($N \in \overline{BC}$)، إذا عرفنا H_1 و H_2 نقطتي تقاطع ارتفاعات المثلثين MNC و MND على الترتيب. أوجد مساحة الشكل الرباعي AH_1BH_2 بدلالة S .

السؤال الثالث:

إذا كانت a, b, c أعداداً حقيقية موجبة بحيث $abc = 1$. أثبت أن:

$$(a + \frac{1}{b})^2 + (b + \frac{1}{c})^2 + (c + \frac{1}{a})^2 \geq 3(a + b + c + 1)$$

متى تتحقق حالة المساواة؟

السؤال الرابع:

لأي عدد صحيح موجب n . إذا كان اللاعبان A و B يلعبان اللعبة التالية: إذا أعطيت كومة من الحجارة عددها s . اللاعبان يأخذان دورهما في اللعب واحداً تلو الآخر حيث أن اللاعب A هو من يبدأ اللعبة. في كل دور يسمح للاعب باختيار إما حجر واحد أو عدد أولي من الحجارة أو عدد من مضاعفات n من الحجارة. الفائز هو من يأخذ آخر حجر. بفرض أن اللاعبين لعبا بشكل مثالي. كم عدد قيم s التي تجعل اللاعب A لا يفوز.

الوقت : 4 ساعات و 30 دقيقة

لكل سؤال 10 درجات.